



ZÜRCHER STATISTISCHE NACHRICHTEN

32. Jahrgang

1955 · 1./2. Heft

DIE STICHPROBENWEISE VORAUSWERTUNG DER ZÜRCHER VOLKSZÄHLUNG 1950 IM VERGLEICH ZU DEN VOLKSZÄHLUNGSERGEBNISSEN

In Heft 2 des Jahres 1951 der Zürcher Statistischen Nachrichten sind die Ergebnisse der Vorauswertung des Volkszählungsmaterials für die Stadt Zürich auf Grund des Stichprobenverfahrens veröffentlicht worden. Dieses Verfahren ist dadurch gekennzeichnet, daß aus einer nach besonderen Grundsätzen ausgewählten Personengruppe auf die Struktur der Gesamtbevölkerung geschlossen wird. Die Gesamtzahl der damals in die Stichprobe aufgenommenen Zählkarten (7307) wurde nach einem mathematischen Verfahren derart auf die 11 Stadtkreise oder Schichten aufgeteilt, daß bei diesem Stichprobenumfang ein Höchstmaß an Genauigkeit der Ergebnisse erwartet werden durfte. Als Stichprobenplan wurde also der einer geschichteten Stichprobe gewählt (eine genauere Beschreibung des Verfahrens findet sich im zitierten Heft der Zürcher Statistischen Nachrichten).

Es wurde damit beabsichtigt, baldmöglichst nach der Zählung vom 1. Dezember 1950 über vorläufige Resultate zu verfügen sowie durch den Vergleich mit den Volkszählungsergebnissen Anhaltspunkte darüber zu gewinnen, ob eine solche Stichprobenvorauswertung auch wirklich praktisch brauchbare Ergebnisse zu liefern vermag.

Die auf statistische Zahlen angewiesenen Interessenten klagen oft darüber, daß die Zählungsergebnisse zu einem Zeitpunkt erscheinen, in welchem sie schon etwas veraltet sind. Trotz modernsten maschinellen Hilfsmitteln verstreicht jeweils notgedrungen eine ziemlich lange Zeit, bis die endgültigen Volkszählungsergebnisse vorliegen, was vor allem auf die Bereinigung der einzelnen Zählkarten und auf das Schlüsseln der darin enthaltenen Merkmale zurückzuführen ist. Es ist deshalb verständlich, daß die Interessenten solcher Zahlen gewillt sind, kleinere Ungenauigkeiten in den Ergebnissen in Kauf zu nehmen, wenn diese Angaben für sie nur möglichst frühzeitig greifbar sind. Dank der Stichprobenvorauswertung konnten die Hauptresultate der stadtzürcherischen Volkszählung schon

Anfang November 1951, also knapp ein Jahr nach der Volkszählung, veröffentlicht werden. Dadurch, daß zudem noch das Ausmaß der mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu erwartenden Abweichungen dieser Stichproben-Vorergebnisse von den endgültigen Ergebnissen vorausberechnet werden kann (sofern es sich um eine Zufallsstichprobe handelt), gewinnen solche Vorergebnisse an Wert. Diese Vorteile brachten es mit sich, daß das Stichprobenverfahren zur Auswertung von Volkszählungen nicht nur im Ausland immer mehr an Bedeutung gewinnt (z. B. in Westdeutschland), sondern sich auch in der Schweiz durchzusetzen beginnt; so ist eine solche Stichprobenvorauswertung der jüngsten Volkszählung nicht nur für die Stadt Zürich, sondern auch für die ganze Schweiz sowie für die Kantone Zürich und Basel-Stadt durchgeführt worden.

Der Vergleich der Stichprobenergebnisse und ihrer Stichprobenfehler mit den endgültigen Zählergebnissen zeigt, ob das Stichprobenverfahren gut angelegt und die Stichprobenmethode erfolgreich war, oder ob sich der gewählte Stichprobenplan und Stichprobenumfang für das betrachtete Kollektiv (die Gesamtheit aller Zählkarten) und die erhobenen Merkmale weniger tauglich erwies; das Stichprobenverfahren läßt — trotz seiner wohl-fundierten Theorie — doch noch eine bestimmte Willkür zu. So sind eine Anzahl Stichprobenverfahren möglich: die sogenannte einfache Zufallsstichprobe, bei der aus dem gesamten Zählkartenmaterial (mathematisch) zufällig eine bestimmte, zum voraus festgelegte Anzahl Zählkarten herausgenommen werden — die geschichtete Stichprobe, bei welcher vorgängig der Auswahl der Zählkarten das Zählkartenmaterial nach bestimmten Gesichtspunkten zu Gruppen oder Schichten zusammengefaßt wird — die Mehrphasen-Stichprobe, die dadurch gekennzeichnet ist, daß aus jeder Stichprobe eine weitere abgeleitet wird, wobei vorerst andere als die gesuchten Merkmale untersucht werden, usw. Die Auswahl zwischen diesen Verfahren bleibt aber im Einzelfall dem Statistiker überlassen und hängt selbstverständlich stark von der Struktur des Materials, dann aber auch von der gewünschten Genauigkeit und den verfügbaren Mitteln ab, die zu diesem Zwecke bereitgestellt sind. Aus dem Vorhergesagten geht hervor, daß das Stichprobenverfahren keine «Technik» schlechthin ist, das heißt, daß es nicht möglich ist, einen Stichprobenplan aufzustellen, der für die verschiedensten Zwecke und Erhebungen gleich gut geeignet ist. Jede Erhebung erfordert den ihr entsprechenden Stichprobenplan; jede Erhebung wirft deshalb neue Probleme auf, die durch den Statistiker zu lösen sind. Um einen optimalen Stichprobenplan aufstellen zu können, muß man daher die Struktur des zu untersuchenden Materials zutiefst kennen. Einer der wichtigsten Grundsätze ist hier: Aus den gegebenen, oft beschränkten Möglichkeiten möglichst viel herauszuholen, das heißt, auch aus einem allenfalls wenig geeigneten Material noch brauchbare Ergebnisse herauszupressen. Dies ist die «Kunst», eine Stichprobenerhebung zu planen und erfolgreich durchzuführen.

Ob eine Stichprobenerhebung erfolgreich zu werden verspricht, sagt uns der Stichprobenfehler. Dieser stellt den Fehler dar, der dadurch entstanden ist, daß nicht alle, sondern nur eine bestimmte Auswahl von Elementen (Zählkarten) zur Ermittlung der in der Gesamtheit der Elemente vorkommenden Merkmalshäufigkeiten herangezogen worden ist. Selbstverständlich bestehen daneben noch andere Fehlermöglichkeiten, die aber mit dem Stichprobenverfahren an sich nichts zu tun haben, so beispielsweise die Fehler, die dem unrichtigen Ausfüllen der Zählkarten zuzuschreiben und bei der Kontrolle nicht entdeckt worden sind. Solche Fehler waren vor allem bei der Frage nach der Konfession (ungenügende Unterscheidung zwischen Römisch-katholisch und Christ- (alt) -katholisch) sowie beim Beruf möglich.

Wir wollen nun im folgenden unsere, in Heft 2/1951 der Zürcher Statistischen Nachrichten veröffentlichten Zahlen über die stichprobenweise Auswertung der Zürcher Volkszählung 1950 mit den nun vorliegenden Volkszählungsergebnissen (für die Stadt Zürich) vergleichen. (Als Vergleichspublikation diente u. a. Zürichs Bevölkerung, nach den Volkszählungen vom 1. Dezember 1950 und 1930 bis 1950; Statistik der Stadt Zürich, Heft 61, Zürich 1954.)

Auf Grund der 7307 in die Stichprobe einbezogenen Zählkarten (was einer Stichprobe von knapp 2 Prozent der gesamten Wohnbevölkerung am 1. Dezember 1950 entsprach) sind die Häufigkeiten von 70 Merkmalen bzw. Merkmalskombinationen ermittelt worden, nämlich das Geschlecht, das Alter nach bestimmten Altersklassen und nach dem Geschlecht, die Konfession, Heimat, Konfession und Heimat, Zivilstand und Geschlecht sowie die Erwerbenden nach Erwerbsklassen. Die Stichprobenergebnisse für diese Merkmale und Merkmalskombinationen sowie die entsprechenden definitiven Volkszählungsergebnisse sind in den Spalten 4 und 8 der Anhangtabelle einander gegenübergestellt. Gleichzeitig sind die auf Grund der Stichprobenfehler berechneten Bereiche angegeben, innerhalb welcher mit bestimmter Wahrscheinlichkeit das Volkszählungsergebnis zu vermuten war. Die Abweichungen von den definitiven Ergebnissen sollten bei Normalverteilungen in rund 68 Prozent aller Fälle innerhalb des einfachen Stichprobenfehlers liegen, in rund 95 Prozent innerhalb des doppelten und in 99,7 Prozent innerhalb des dreifachen Stichprobenfehlers.

Zur Beurteilung der Stichprobe auf ihre Genauigkeit ziehen wir die Merkmale, bei welchen das Volkszählungsergebnis innerhalb des einfachen, doppelten und dreifachen Stichprobenfehlers enthalten ist, heran. In den Spalten 9 bis 11 der Anhangtabelle ist jeweils angegeben, in welche Fehlerbereiche das Volkszählungsergebnis gefallen ist. Es zeigt sich, daß bei 39 von insgesamt 70 Merkmalen, oder in rund 56 (statt 68) Prozent aller Fälle, verglichen mit den erwarteten theoretischen Werten das Volkszählungsergebnis innerhalb der einfachen Stichprobenfehler-Grenze, bei 53 Merkmalen oder 76 (statt 95) Prozent innerhalb der doppelten und bei 64 Merk-

malen oder 91 (statt 99,7) Prozent innerhalb der dreifachen Stichprobenfehler-Grenze enthalten war. Diese Abweichungen gegenüber den theoretisch zu erwartenden Prozentsätzen sind zur Hauptsache darauf zurückzuführen, daß sich zwei Merkmale der Stichprobenvorauswertung auf Grund einer nur 2 Prozent betragenden Stichprobe wenig zugänglich erwiesen haben. Es sind dies einerseits die Gruppe der Konfessionsmerkmale und andererseits die Erwerbenden nach Erwerbsklassen. Läßt man die Merkmalsgruppen Konfession, Konfession und Heimat sowie Erwerbende nach Erwerbszweigen außer Betracht, so stellen sich die Prozentanteile in den drei Fehlerbereichen auf 74, 87 und 100 Prozent. Scheidet man nur die Erwerbenden nach Erwerbsklassen aus, so belaufen sich diese Prozentanteile für die verbleibenden demographischen Merkmale auf 67, 82 und 96 Prozent, was angesichts der wenigen Merkmale (55) eine gute Übereinstimmung mit den theoretisch erwarteten Zahlen zeigt.

Bei sechs von den insgesamt 70 Merkmalen weicht das Stichprobenergebnis um mehr als den dreifachen Stichprobenfehler vom Volkszählungsergebnis ab. Es sind dies die Merkmale «Übrige Konfessionen» (Gesamtbevölkerung), worunter die Israeliten, die Angehörigen anderer Konfessionen und die Konfessionslosen zu verstehen sind, und ferner auch die Gruppe der «Schweizer übriger Konfessionen», sowie bei den Erwerbenden nach Erwerbsklassen die in der Industrie und im Handwerk und die in der Hauswirtschaft Beschäftigten, ferner das Merkmal Anstaltspersonal und Personen ohne Beruf sowie das Gesamttotal der Erwerbenden. Beim konfessionellen Merkmal ist zu vermuten, daß diese unerwartete Abweichung durch eine strukturelle Besonderheit dieses Merkmals verursacht worden ist. Die entsprechenden Ergebnisse einer unabhängig von der vorliegenden Stichprobe vom Eidgenössischen Statistischen Amt durchgeführten Stichprobenvorauswertung für die ganze Schweiz weisen hier nämlich für die Stadt Zürich ebenfalls Abweichungen vom Volkszählungsergebnis auf, die größer sind als der dreifache Stichprobenfehler. Dies kann als Zeichen dafür gewertet werden, daß diese große Abweichung des Stichprobenergebnisses vom Volkszählungsergebnis nur zu einem geringen Teil durch das Stichprobenverfahren bedingt war. Bei den in der Hauswirtschaft Beschäftigten ist eine große Abweichung deshalb nicht erstaunlich, weil hier eine genaue Erfassung auf Grund einer nur 2prozentigen Stichprobe kaum möglich erscheint. Zudem war es, wie schon erwähnt, nicht möglich, die Zählkarten bis zum Zeitpunkt der Stichprobentnahme vollständig zu bereinigen, was weiter zu dieser Abweichung beigetragen hat. Bei den übrigen Merkmalen wirkte sich dies weniger aus, da diese begrifflich eindeutiger sind. Auch für die Gesamtheit der in der Industrie und im Handwerk Beschäftigten dürfte die vorliegende Stichprobe zu klein gewesen sein, was sicher ganz allgemein für die Auswertung nach Erwerbsklassen zutrifft. Andererseits halten sich bei vielen Merkmalen die Abweichungen in engen Grenzen.

Sagen die Stichprobenfehler-Bereiche und ihr Vergleich mit den entsprechenden Volkszählungsergebnissen etwas über die Güte des Stichprobenverfahrens hinsichtlich der betreffenden Merkmale aus, so zeigen die prozentualen Abweichungen der Stichprobenergebnisse von den Volkszählungsergebnissen, ob die Stichprobe für das betreffende Merkmal ein praktisch brauchbares Resultat geliefert hat. Wir wollen nun diese prozentualen Abweichungen, die wir kurz prozentuale Fehler nennen wollen und die in Spalte 12 der Anhangtabelle zusammengestellt sind, etwas näher betrachten.

Diese prozentualen Fehler sind entweder positiv oder negativ, das heißt das Stichprobenergebnis ist entweder größer oder kleiner als das Volkszählungsergebnis. Da kein Grund dafür besteht, daß mehr positive oder negative Fehler zu erwarten sind, müßte bei unendlich vielen Merkmalen die Zahl der positiven Fehler gleich jener der negativen Fehler sein. Aus Spalte 12 der Anhangtabelle ist ersichtlich, daß von insgesamt 70 Merkmalen 38 oder 54 Prozent positive und 32 oder 46 Prozent negative Fehler aufweisen. Die Größe der einzelnen Fehler schwankt zwischen 0,24 Prozent bei der Konfession Katholisch und 51,61 Prozent bei den Erwerbenden in der Hauswirtschaft. Fehler, die über 25 Prozent liegen, sind neben den in der Hauswirtschaft Beschäftigten, bei den verwitweten Männern mit 26,52 Prozent, bei den Ausländern übriger Konfessionen mit 29,72 Prozent und bei den Schweizern übriger Konfessionen mit 32,48 Prozent festzustellen. Bei den in der Hauswirtschaft Beschäftigten und auch bei den Schweizern übriger Konfessionen sind, wie wir gesehen haben, diese großen Fehler erklärlich; bei den verwitweten Männern dürfte — wie übrigens auch bei den Ausländern übriger Konfessionen — die kleine Zahl der dieses Merkmal tragenden Personen für diese großen Abweichungen verantwortlich sein. Verwitwete Männer wurden nämlich 4083 und Ausländer übriger Konfessionen 3546 gezählt. Vereinzelt sind die Stichprobenergebnisse für einige, nur wenig Personen umfassende Merkmalsklassen dennoch überraschend gut ausgefallen; so weicht das Stichprobenergebnis bei den 2235 in der Land- und Forstwirtschaft Beschäftigten nur um 2,91 Prozent und bei den 4865 geschiedenen Männern um 3,39 Prozent oder auch bei den 4575 in der Verwaltung Beschäftigten um 2,73 Prozent vom Volkszählungsergebnis ab.

Ein übersichtlicheres Bild der Gesamtergebnisse der stichprobenweisen Vorauswertung der Volkszählung erhält man, wenn die einzelnen Merkmale nach ihren Fehlern zu Fehlerklassen zusammengezogen werden. Dabei ergeben sich die nachfolgenden Zahlen.

Zwei Fünftel aller Merkmale weisen demnach Fehler von bis 2 Prozent auf; ein Viertel aller Stichprobenergebnisse weicht um 2,1 bis 5 und ein Fünftel um 5 bis 10 Prozent von den entsprechenden Volkszählungsergebnissen ab. Nur knapp ein Sechstel aller Merkmale zeigt Fehler von mehr als 10 Prozent. Dieses Ergebnis darf als befriedigend bezeichnet werden.

Fehlerklassen (in Prozenten)	Zahl der Merkmale	
	absolut	in Prozenten
0,0- 1,0	15	21
1,1- 2,0	12	17
2,1- 5,0	18	26
5,1-10,0	14	20
10,1-25,0	7	10
25,1 u.m.	4	6
Zusammen	70	100

Um die Abweichungen der Stichprobenergebnisse von den entsprechenden Volkszählungsergebnissen objektiv beurteilen zu können, haben wir die stichprobenweise ermittelten Merkmalshäufigkeiten auf Grund des χ^2 -Kriteriums geprüft. Die Berechnung dieses Testes sei in der folgenden Tabelle am Beispiel der Altersgliederung der Zürcher Bevölkerung aufgezeigt.

Berechnung von χ^2 für die Altersgliederung
(beide Geschlechter)

Alters- klassen (Jahre)	Volks- zählungs- ergebnis E_v	$\left(\frac{e_v \cdot n}{E_v \cdot N}\right)$	Stich- proben- ergebnis e_s	$e_s - e_v$		$(e_s - e_v)^2$	$\frac{(e_s - e_v)^2}{e_v}$
				+	-		
1	2	3	4	5	6	7	8
0-9	50 227	941	952	11		121	0,129
10-14	17 318	324	371	47		2209	6,818
15-19	20 954	393	400	7		49	0,125
20-29	66 514	1246	1171		75	5625	4,514
30-39	60 042	1125	1129	4		16	0,014
40-49	70 013	1312	1328	16		256	0,195
50-59	51 860	972	979	7		49	0,050
60-64	17 902	335	334		1	1	0,003
65 u.m.	35 190	659	643		16	256	0,388
Zusammen	390 020	7307	7307	92	92	—	12,236

Da bei den auf 390 000 Einwohner bezogenen Stichprobenergebnissen jeweils auf hundert Einwohner auf- oder abgerundet worden ist, legten wir der χ^2 -Berechnung die Zahl der Merkmalsträger in der Stichprobe (7307 Personen) zugrunde. So sind in der Stichprobe 952 Personen beiderlei Geschlechts im Alter von 0 bis 9 Jahren gezählt worden; diese Zahl wurde in Spalte 4 der vorstehenden Tabelle eingetragen. Dieses Vorgehen bedingt aber, daß die Volkszählungsergebnisse (Spalte 2) ebenfalls auf 7307 Personen bezogen werden, indem diese durch $N = 390 020$ dividiert und mit $n = 7307$ multipliziert werden. Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in Spalte 2 zusammengestellt. Nun sind für jede Altersklasse die Differenzen zwischen diesen beiden Zahlen ($e_s - e_v$) gebildet und hierauf quadriert worden (Spalte 7). Diese Quadrate sind dann noch durch das reduzierte Volkszählungsergebnis e_v als Richtwert dividiert und in Spalte 8 eingetragen worden. Die Summe dieser Zahlen ergibt dann das

gesuchte χ^2 . Im vorliegenden Beispiel beziffert es sich auf 12,236. Aus besonderen Tafeln läßt sich nun ermitteln, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich bei anderen zufälligen Stichproben aus der gleichen Gesamtheit (390020 Einwohner Zürichs) ein gleichgroßes oder größeres χ^2 ergeben hätte. Im vorliegenden Falle ist diese Wahrscheinlichkeit P etwa gleich 0,10 oder 10 Prozent. Nimmt man an, daß bei Wahrscheinlichkeiten, die kleiner sind als ein Prozent, die Abweichungen der Stichproben- von den Volkszählungsergebnissen bedeutsam sind, so kann gesagt werden, daß hier diese Abweichung bei weitem nicht bedeutsam ist; die Übereinstimmung zwischen Stichproben- und Volkszählungsergebnis ist deshalb gut. Die gleiche Rechnung wurde auch für die übrigen Merkmale durchgeführt. Die Ergebnisse sind nachfolgend zusammengestellt.

Merkmal	χ^2	P	Die Abweichungen sind	
			bedeutsam	zufällig
Alter, männlich	5,267	0,70	—	×
weiblich	14,014	0,08	—	×
beide Geschlechter	12,236	0,15	—	×
Konfession	10,000	<0,01	×	—
Heimat	10,370	0,02	—	×
Konfession und Heimat	39,115	<0,01	×	—
Zivilstand, männlich	4,668	0,20	—	×
weiblich	4,708	0,20	—	×
beide Geschlechter	5,867	0,12	—	×
Erwerbende nach Erwerbsklassen	338,629	<0,01	×	—

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, daß bei einer Bedeutungsschwelle $P = 0,01$ wiederum die Merkmale Konfession, Konfession und Heimat sowie Erwerbende nach Erwerbsklassen in bedeutsamer Weise von den entsprechenden Volkszählungsergebnissen abweichen. Setzt man die Bedeutungsschwelle bei $P = 0,05$ fest, so gesellt sich dazu noch das Merkmal Heimat, für welches $P = 0,01$, also gleich der erstgenannten Bedeutungsschwelle ist. Dies ist insofern überraschend, als hier außer bei den «Übrigen Kantonszürchern», für welche der Fehler 7,72 Prozent beträgt, alle übrigen Merkmale eine sehr gute Übereinstimmung der Stichproben- mit den Volkszählungsergebnissen aufweisen.

Es seien noch die Stichprobenergebnisse mit jenen der Fortschreibung verglichen. In der folgenden Tabelle sind die für diesen Vergleich notwendigen Zahlen zusammengestellt.

In den beiden letzten Spalten dieser Tabelle sind die jeweiligen prozentualen Abweichungen der Stichproben- und Fortschreibungsergebnisse von den entsprechenden Volkszählungsergebnissen zusammengestellt. Betrachtet man diese Zahlen, so fällt sofort auf, daß bei den Übrigen Konfessionen, für welche — wir wir gesehen haben — beim Stichprobenergebnis ein großer prozentualer Fehler festzustellen ist, auch das Fortschreibungsergebnis eine große negative Abweichung von 9 Prozent ergeben hat. Der Fortschreibungsfehler erklärt sich teilweise aus der immer wieder feststell-

baren Tatsache, daß bei der Volkszählung auf der Zählkarte vielfach eine andere Konfession angegeben wird, als diejenige, die auf den Schriften eingetragen ist, was bei einer relativ kleinen Merkmalsgruppe stark ins Gewicht fällt.

Vergleich der Stichprobe mit der Fortschreibung

Ausgewählte Merkmale

Merkmal	Volks- zählung	Ergebnisse der		Abweichungen vom	
		Stichprobe	Fort- schreibung	Stich- probe	Fortschrei- bung
Konfession					
Reformiert	253 224	255 800	250 392	+ 1,02	- 1,12
Katholisch ¹⁾	121 105	121 400	124 461	+ 0,24	+ 2,77
Übrige	15 691	12 800	14 354	- 18,42	- 8,52
Heimat					
Stadtzürcher	122 276	120 200	124 335	- 1,70	+ 1,68
Übrige Zürcher	52 079	56 100	51 447	+ 7,72	- 1,21
Übrige Schweizer	183 488	182 200	181 305	- 0,70	- 1,19
Zusammen	357 843	358 500	357 087	+ 0,18	- 0,21
Ausländer	32 177	31 500	32 120	- 2,10	- 0,18
Alter (beide Geschlechter)					
0-9	50 227	50 100	50 290	- 0,25	+ 0,13
10-14	17 318	19 700	17 417	+ 13,75	+ 0,57
15-19	20 954	21 500	20 770	+ 2,61	- 0,88
20-29	66 514	62 000	65 937	- 6,79	- 0,87
30-39	60 042	60 600	59 883	+ 0,93	- 0,26
40-49	70 013	71 000	70 021	+ 1,41	+ 0,01
50-59	51 860	52 800	51 775	+ 1,81	- 0,16
60-64	17 902	17 800	17 909	- 0,57	+ 0,04
65 u.m.	35 190	34 500	35 205	- 1,96	+ 0,04
Geschlecht					
männlich	179 410	177 400	178 828	- 1,12	- 0,32
weiblich	210 610	212 600	210 379	+ 0,94	- 0,11

¹⁾ Einschl. Christkatholisch

Bilden wir die Differenzen zwischen den Fortschreibungs- und den Stichprobenergebnissen und beziehen wir diese Differenzen auf die entsprechenden Fortschreibungsergebnisse, so sehen wir, daß sich diese im großen und ganzen in annehmbaren Grenzen halten, ausgenommen die Merkmale «Alter 10-14 Jahre» mit einer Differenz von 13,11 Prozent, «Übrige Konfessionen» mit 10,83 Prozent, «Übrige Zürcher» mit 9,04 Prozent und «Alter 20-29 Jahre» mit 5,97 Prozent. Bei den übrigen Merkmalen bewegen sich diese Differenzen zwischen 0,38 für die Altersgruppe 0-9 Jahre und 3,51 Prozent für das Alter 15-19 Jahre.

Für die Zukunft stellt sich die Frage, ob und inwieweit das Stichprobenverfahren in der städtischen Statistik von Nutzen sein kann. Der Hauptvorteil des Stichprobenverfahrens liegt darin, daß es weniger Zeit bean-

spricht und dazu noch erheblich billiger ist, als eine Vollerhebung. Bedenkt man, daß die Ergebnisse der Stichprobenvorauswertung für einige Hauptmerkmale der Zürcher Volkszählung in Heft 2 der «Zürcher Statistischen Nachrichten» des Jahres 1951, also weniger als ein Jahr nach der Volkszählung, veröffentlicht werden konnten, während die endgültigen, allerdings sehr ausführlichen Ergebnisse für die Stadt Zürich im September 1953 vorlagen (Statistische Quellenwerke der Schweiz, Heft 247, herausgegeben vom Eidgenössischen Statistischen Amt, Bern 1953), so stellt dies einen beachtlichen Zeitvorsprung gegenüber der Vollauszählung dar. Berücksichtigt man weiter die Tatsache, daß sehr oft angenäherte (runde) Zahlen schon dienlich sind, so kann man solche Stichprobenvorauswertungen nur unterstützen.

Will man die Genauigkeit einer stichprobenweisen Vorauswertung oder einer Stichprobenerhebung weiter erhöhen, so kann man die Zahl der in die Stichprobe aufgenommenen Elemente vergrößern. Mit zunehmendem Stichprobenumfang nimmt der Stichprobenfehler (beispielsweise für das arithmetische Mittel) ab; allerdings hängt die Größe dieses Stichprobenfehlers noch von der Streuung aller Elemente in der Grundgesamtheit um ihr arithmetisches Mittel ab.

Dieser Sachverhalt läßt sich zweckmäßigerweise graphisch darstellen. Wir gehen dabei von der einfachen Formel des Stichprobenfehlers eines Mittelwertes bei einer einfachen Zufallsstichprobe aus:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{N-n}{N-1} \frac{\sigma^2}{n},$$

wobei $\sigma_{\bar{x}}$ der Stichprobenfehler, σ die mittlere quadratische Abweichung der einzelnen Elemente in der Grundgesamtheit von ihrem arithmetischem Mittel, N die Gesamtzahl der Elemente in der Grundgesamtheit und n die Zahl der in die Stichprobe einbezogenen Elemente bedeutet. Für sehr große Werte von N ($N \rightarrow \infty$) und kleine Werte von n strebt

$$\frac{N-n}{N-1}$$

dem Werte 1 zu. Doch schon bei mäßig hohen Werten von N macht es praktisch keinen Unterschied mehr, wenn N an Stelle von $N-1$ gesetzt wird. Bei gegebenen Werten von N und n nimmt $\sigma_{\bar{x}}^2$ linear mit σ^2 zu, das heißt je größer die Streuung der Elemente hinsichtlich des betrachteten Merkmals in der Grundgesamtheit, desto größer — bei gleichen N und n — der Stichprobenfehler. Da uns aber der Einfluß von n auf $\sigma_{\bar{x}}$ interessiert, beziehen wir $\sigma_{\bar{x}}$ auf σ und erhalten

$$\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma}\right) = \sqrt{\frac{N-n}{N \cdot n}}.$$

Setzen wir hier nun $N = 390\,000$, wie sie der vorliegenden Stichprobe entsprach und $n = 100$, das heißt nehmen wir an, der Stichprobenumfang betrage rund 0,026 Prozent von N , so wird

$$\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma}\right) = \sqrt{\frac{389\,900}{390\,000\,000}} = 9,99 \text{ Prozent.}$$

Dieser Stichprobenfehler stellt sich also in diesem Falle auf 9,99 Prozent von σ ; wird $\sigma = 100$ gesetzt, so wird $\sigma_{\bar{x}} = 9,99$. Vergleichs-

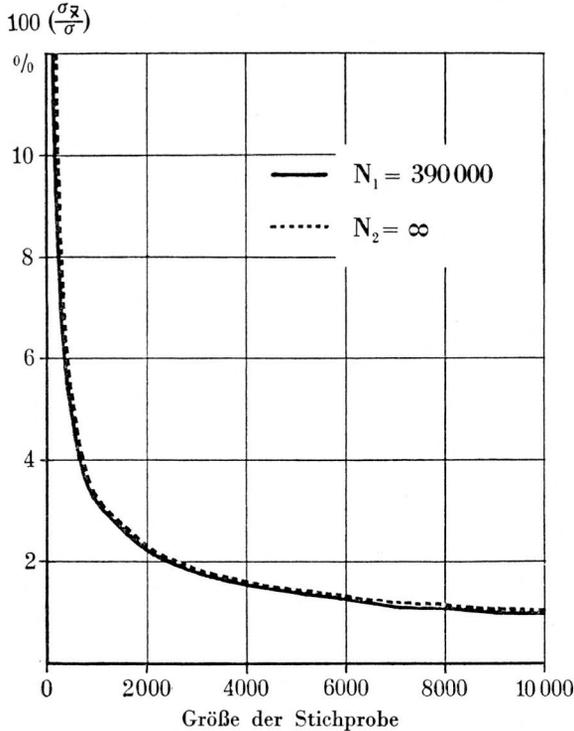
halber stellen wir diesem Wert von $\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma}\right)$ für die gewählten N und n den entsprechenden Wert gegenüber, für welchen N unendlich groß ist. Es wird dann $\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sqrt{n}}$, da $(N-n)$ dann gleich N gesetzt werden kann,

oder $\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma}\right) = 0,10$ oder 10 Prozent, also praktisch gleich groß wie der entsprechende Wert für $N = 390\,000$. Bei einem Stichprobenumfang von 1000 Elementen wird dieses Verhältnis bei endlich großer Grundgesamtheit gleich 3,158 Prozent und bei unendlich großer Grundgesamtheit 3,162 Prozent. Diese Berechnung kann man für beliebige Werte von N und n durchführen. Für $N = 390\,000$ und für N unendlich groß, haben wir die Werte

von 100 $\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma}\right)$ graphisch dargestellt (Abb. 1). Es zeigt sich, daß dieses Verhältnis bei kleinen Stichprobenumfängen stark und bei großen Umfängen schwach abfällt. Je größer der Stichprobenumfang, desto weniger lohnt es sich also, eine noch größere Stichprobe zu nehmen. Oft läßt sich aber durch Vergrößerung des Stichprobenumfanges einer kleinen Stichprobe ein merklicher Gewinn erzielen. Wir wollen dies an einem Beispiel erläutern.

Von den Ergebnissen der Stichprobenvorauswertung wies die Merkmalskombination Konfession und Heimat für die Schweizer übriger Konfessionen eine besonders hohe Abweichung vom Volkszählungsergebnis auf (rund 32 Prozent). Nehmen wir nun an, wir hätten zu prüfen, ob eine Erhöhung des Stichprobenumfanges von rund 7000 Personen auf 10000 Personen eine wesentliche Reduktion des Stichprobenfehlers bewirken und damit zu einem besseren Stichprobenergebnis führen würde. Wir wollen dies der Einfachheit halber auf Grund einer einfachen Zufallsstichprobe untersuchen. Aus Abbildung 1 ist zu entnehmen, daß für $n = 7000$ das Streuungsverhältnis $\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma}\right)$ 100 gleich 1,20 Prozent ist. Der Stichprobenfehler wurde zu 0,172 Prozent berechnet; damit stellt sich die Standardabweichung für die erwähnte Merkmalskombination auf $\sigma = \frac{0,172}{0,012}$ oder auf rund 14 Prozent. Für ein $n = 10\,000$ wird das Streuungsverhältnis, wie der Ab-

Abb. 1 Stichprobenfehler und Stichprobenumfang



bildung 1 zu entnehmen ist, gleich 0,99 Prozent. Aus der Beziehung $\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{14}\right) 100 = 0,99$ läßt sich $\sigma_{\bar{x}}$ berechnen; wir erhalten $\sigma_{\bar{x}} = 0,139$ Prozent. Bei einer Erhöhung des Stichprobenumfanges von 7000 auf 10000 Elemente, das heißt also um 43 Prozent, wird bei einer einfachen Zufallsstichprobe der Stichprobenfehler von 0,172 auf 0,139 Prozent oder um 19 Prozent fallen. Bei der betrachteten Merkmalskombination hätte es sich also gelohnt, den Stichprobenumfang auf 10000 Elemente zu erweitern, vor allem für den Fall, daß diese Merkmale von besonderem Interesse gewesen wären.

Dieses Beispiel hat gezeigt, daß es sehr wohl möglich gewesen wäre, die Ergebnisse der Stichprobenvorauswertung zu verbessern, wenn die Zahl der in die Stichprobe einbezogenen Elemente erhöht worden wäre. Eine Steigerung des Stichprobenumfanges von rund 2 auf rund 2,5 Prozent des Umfanges der Grundgesamtheit hätte also genügt. Da aber nur einige wenige besondere Merkmalskombinationen schlecht ausgefallen sind, während im allgemeinen befriedigende bis sehr gute Ergebnisse erzielt wurden,

war der gewählte Stichprobenumfang von 7307 Elementen sicher vertretbar. Sollte später für dasselbe Gebiet wieder eine solche Stichprobenvorauswertung durchgeführt werden, so dürfte auf Grund der mit der vorliegenden Erhebung gewonnenen Erfahrung geschlossen werden, daß ein Stichprobenumfang von 2 bis 2,5 Prozent des Umfanges der Grundgesamtheit genügend groß ist.

Ob die Stichprobenvorauswertung zu befriedigenden Ergebnissen geführt hat, kann auch an Hand von Abbildung 2 (Seite 22) beurteilt werden. Darin sind für verschiedene, in logarithmischem Maßstab aufgetragene Werte von Np , das heißt für verschiedene Merkmalshäufigkeiten (p = relative Häufigkeit des Merkmals in der Grundgesamtheit) die

relativen Stichprobenfehler $\frac{\sigma_{\bar{x}}}{p} 100$ aufgetragen, wobei

$$\sigma' = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{p} = \frac{1}{p} \sqrt{\frac{N-n}{N}} \sqrt{\frac{N-Np}{n \cdot Np}}$$

ist. In dieser Abbildung zeigt sich besonders eindrücklich, daß die überwiegende Mehrzahl der Merkmale und Merkmalskombinationen innerhalb der zwei- und dreifachen relativen Stichprobenfehlergrenze liegen (jedes Merkmal und jede Merkmalskombination ist graphisch durch ein Kreuz, ein Quadrat usw. gekennzeichnet). Mit kleiner werdenden Werten von Np , das heißt bei verhältnismäßig seltenen Merkmalen (kleine Häufigkeiten), rücken die Stichprobenfehlergrenzen immer weiter auseinander, und umgekehrt werden die Grenzen enger, wenn es sich um häufig vorkommende Merkmale handelt.

Die Ergebnisse der stichprobenweisen Vorauswertung der Zürcherischen Volkszählung 1950 sind ermutigend. Dank diesem Verfahren war es möglich, die wichtigsten Ergebnisse der Volkszählung 1950 verhältnismäßig rasch und mit für viele Zwecke genügender Genauigkeit zu ermitteln. Bei allzu weitgehenden Aufgliederungen, vor allem bei der Ermittlung von Zahlen für einzelne Stadtquartiere, werden die Ergebnisse einer Stichprobe des gewählten Umfangs allerdings bald zu wenig genau. Trotzdem darf die Frage, ob das Stichprobenverfahren auch in der Kommunalstatistik von Nutzen ist, ohne weiteres bejaht werden. Anwendungsmöglichkeiten sind reichlich vorhanden, so bei der jährlichen Mietzinsenerhebung, wo es zum Teil schon angewandt wird, bei einer allfälligen Neuanlage der Statistik der Haushaltsrechnungen, bei der Steuerstatistik; überdies könnte die seinerzeit für 1938 durchgeführte Zürcher Morbiditätsstatistik auf einer Stichprobengrundlage ohne übermäßig hohe Kosten wiederholt werden. Es könnte auch die Frage geprüft werden, ob anlässlich künftiger Volks- und Betriebszählungen nicht zusätzliche Auskünfte durch eine Stichprobe erhalten werden könnten, das heißt, ob die Vollerhebung nicht mit einer Stichprobenerhebung kombiniert werden könnte, ein Versuch, der in den USA

bei den beiden letzten Volkszählungen mit Erfolg durchgeführt worden ist. Jedenfalls könnten durch zweckmäßige Verwendung des Stichprobenverfahrens Zählungen und Erhebungen durchgeführt werden, die als Vollerhebungen zu kostspielig wären, wie denn auch bei schon eingelebten Vollerhebungen durch das Stichprobenverfahren wesentliche Einsparungen erzielt werden könnten, ohne dabei die Genauigkeit der Ergebnisse wesentlich zu beeinträchtigen.

Dr. E. Billeter

Ergebnisse der stichprobenweisen Vorauswertung

Nr.	Merkmale	Stichprobenfehler		Stichproben- ergebnis E _s
		in Prozent von N	absolut bezogen auf N	
	1	2	3	4
	Geschlecht:			
1	männlich	0,601	2344	177 400
2	weiblich	0,601	2344	212 600
	Alter und Geschlecht:			
3	männlich 0- 9 Jahre	0,300	1170	26 400
4	10-14 »	0,178	694	9 200
5	15-19 »	0,195	760	10 200
6	20-29 »	0,304	1186	28 600
7	30-39 »	0,309	1205	27 300
8	40-49 »	0,330	1287	31 800
9	50-59 »	0,282	1100	22 300
10	60-64 »	0,168	655	7 800
11	65 u.m. »	0,220	858	13 800
12	weiblich 0- 9 »	0,283	1104	23 700
13	10-14 »	0,194	757	10 500
14	15-19 »	0,202	788	11 300
15	20-29 »	0,338	1318	33 400
16	30-39 »	0,340	1326	33 300
17	40-49 »	0,366	1427	39 200
18	50-59 »	0,325	1267	30 500
19	60-64 »	0,190	741	10 000
20	65 u.m. »	0,272	1061	20 700

der Zürcher Volkszählung 1950 (N = 390000)

Stichprobenfehler-Grenzen			Volks- zählungs- ergebnis E_p	E_p innerhalb			Abweichung E_s von E_p in Prozenten	Nr.
$E_s \pm \sigma$	$E_s \pm 2\sigma$	$E_s \pm 3\sigma$		$\pm \sigma$	$\pm 2\sigma$	$\pm 3\sigma$		
5	6	7	8	9	10	11	12	
175 056- 179 744	172 712- 182 088	170 368- 184 432	179 410	×	×	×	- 1,12	1
210 256- 214 944	207 912- 217 288	205 568- 219 632	210 610	×	×	×	+ 0,94	2
25 230- 27 570	24 060- 28 740	22 890- 29 910	25 668	×	×	×	+ 2,85	3
8 506- 9 894	7 812- 10 588	7 118- 11 282	8 648	×	×	×	+ 6,38	4
9 440- 10 960	8 680- 11 720	7 920- 12 480	10 144	×	×	×	+ 0,55	5
27 414- 29 786	26 228- 30 972	25 042- 32 158	31 553	—	—	×	- 9,36	6
26 095- 28 505	24 890- 29 710	23 685- 30 915	27 451	×	×	×	- 0,55	7
30 513- 33 087	29 226- 34 374	27 939- 35 661	32 300	×	×	×	- 1,55	8
21 200- 23 400	20 100- 24 500	19 000- 25 600	22 662	×	×	×	- 1,60	9
7 145- 8 455	6 490- 9 110	5 835- 9 765	7 545	×	×	×	+ 3,38	10
12 942- 14 658	12 084- 15 516	11 226- 16 374	13 439	×	×	×	+ 2,69	11
22 596- 24 804	21 492- 25 908	20 388- 27 012	24 559	×	×	×	- 3,50	12
9 743- 11 257	8 986- 12 014	8 229- 12 771	8 670	—	—	×	+ 21,11	13
10 512- 12 088	9 724- 12 876	8 936- 13 664	10 810	×	×	×	+ 4,53	14
32 082- 34 718	30 764- 36 036	29 446- 37 354	34 961	—	×	×	- 4,46	15
31 974- 34 626	30 648- 35 952	29 322- 37 278	32 591	×	×	×	+ 2,18	16
37 773- 40 627	36 346- 42 054	34 919- 43 481	37 713	—	×	×	+ 3,94	17
29 233- 31 767	27 966- 33 034	26 699- 34 301	29 198	—	×	×	+ 4,46	18
9 259- 10 741	8 518- 11 482	7 777- 12 223	10 357	×	×	×	- 3,45	19
19 639- 21 761	18 578- 22 822	17 517- 23 883	21 751	×	×	×	- 4,83	20

Ergebnisse der stichprobenweisen Vorauswertung der

Nr.	Merkmale	Stichprobenfehler		Stich- proben- ergebnis E _r
		in Prozent von N	absolut bezogen auf N	
	¹	²	³	⁴
	Alter und Geschlecht:			
21	beide Geschlechter 0- 9 Jahre	0,398	1552	50 100
22	10-14 »	0,263	1026	19 700
23	15-19 »	0,276	1076	21 500
24	20-29 »	0,441	1720	62 000
25	30-39 »	0,439	1712	60 600
26	40-49 »	0,467	1821	71 000
27	50-59 »	0,405	1579	52 800
28	60-64 »	0,272	1061	17 800
29	65 u.m. »	0,342	1334	34 500
	Konfession:			
30	protestantisch	0,569	2219	255 800
31	katholisch	0,554	2161	121 400
32	übrige	0,214	835	12 800
	Heimat:			
33	Stadtzürcher	0,559	2180	120 200
34	Übrige Kantonszürcher	0,423	1650	56 100
35	Übrige Schweizer	0,601	2344	182 200
36	Schweizer insgesamt	0,331	1291	358 500
37	Ausländer	0,331	1291	31 500

Zürcher Volkszählung 1950 (N = 390 000) — Fortsetzung

Stichprobenfehler-Grenzen			Volks- zählungs- ergebnis E_p	E_p innerhalb			Abweichung E_r von E_p in Prozenten	Nr.
$E_r \pm \sigma$	$E_r \pm 2\sigma$	$E_r \pm 3\sigma$		$\pm \sigma$	$\pm 2\sigma$	$\pm 3\sigma$		
5	6	7	8	9	10	11	12	
48 548– 51 652	46 996– 53 204	45 444– 54 756	50 227	×	×	×	– 0,25	21
18 674– 20 726	17 648– 21 752	16 622– 22 778	17 318	—	—	×	+ 13,75	22
20 424– 22 576	19 348– 23 652	18 272– 24 728	20 954	×	×	×	+ 2,61	23
60 280– 63 720	58 560– 65 440	56 840– 67 160	66 514	—	—	×	– 6,79	24
58 888– 62 312	57 176– 64 024	55 464– 65 736	60 042	×	×	×	+ 0,93	25
69 179– 72 821	67 358– 74 642	65 537– 76 463	70 013	×	×	×	+ 1,41	26
51 221– 54 379	49 642– 55 958	48 063– 57 537	51 860	×	×	×	+ 1,81	27
16 739– 18 861	15 678– 19 922	14 617– 20 983	17 902	×	×	×	– 0,57	28
33 166– 35 834	31 832– 37 168	30 498– 38 502	35 190	×	×	×	– 1,96	29
253 581– 258 019	251 362– 260 238	249 143– 262 457	253 224	—	×	×	+ 1,02	30
119 239– 123 561	117 078– 125 722	114 917– 127 883	121 105	×	×	×	+ 0,24	31
11 965– 13 635	11 130– 14 470	10 295– 15 305	15 691	—	—	—	– 18,42	32
118 020– 122 380	115 840– 124 560	113 660– 126 740	122 276	×	×	×	– 1,70	33
54 450– 57 750	52 800– 59 400	51 150– 61 050	52 079	—	—	×	+ 7,72	34
179 856– 184 544	177 512– 186 888	175 168– 189 232	183 488	×	×	×	– 0,70	35
357 209– 359 791	355 918– 361 082	354 627– 362 373	357 843	×	×	×	+ 0,18	36
30 209– 32 791	28 918– 34 082	27 627– 35 373	32 177	×	×	×	– 2,10	37

Ergebnisse der stichprobenweisen Vorauswertung der

Nr.	Merkmale	Stichprobenfehler		Stich- proben- ergebnis E _s
		in Prozent von N	absolut bezogen auf N	
	¹			
	Konfession und Heimat:			
38	Schweizer protestantisch	0,577	2250	247 800
39	katholisch	0,523	2040	102 500
40	übrige	0,172	671	8 200
41	Ausländer protestantisch	0,171	667	8 000
42	katholisch	0,263	1026	18 900
43	übrige	0,130	507	4 600
	Zivilstand:			
44	ledig	0,599	2336	171 200
45	verheiratet	0,600	2340	182 200
46	verwitwet	0,272	1061	20 900
47	geschieden	0,234	913	15 700
	Zivilstand und Geschlecht:			
48	männlich ledig	0,485	1891	78 800
49	verheiratet	0,510	1989	90 900
50	verwitwet	0,101	394	3 000
51	geschieden	0,129	503	4 700
52	weiblich ledig	0,512	1997	92 400
53	verheiratet	0,511	1993	91 300
54	verwitwet	0,254	991	17 900
55	geschieden	0,198	772	11 000

Zürcher Volkszählung 1950 (N = 390 000) — Fortsetzung

Stichprobenfehler-Grenzen			Volks- zählungs- ergebnis E_v	E_v innerhalb			Abweichung E_s von E_v in Prozenten	Nr.
$E_s \pm \sigma$	$E_s \pm 2\sigma$	$E_s \pm 3\sigma$		$\pm \sigma$	$\pm 2\sigma$	$\pm 3\sigma$		
5	6	7	8	9	10	11	12	
245 550– 250 050	243 300– 252 300	241 050– 254 550	243 806	—	×	×	+ 1,64	38
100 460– 104 540	98 420– 106 580	96 380– 108 620	101 892	×	×	×	+ 0,60	39
7 529– 8 871	6 858– 9 542	6 187– 10 213	12 145	—	—	—	– 32,48	40
7 333– 8 667	6 666– 9 334	5 999– 10 001	9 418	—	—	×	– 15,06	41
17 874– 19 926	16 848– 20 952	15 822– 21 978	19 213	×	×	×	– 1,63	42
4 093– 5 107	3 586– 5 614	3 079– 6 121	3 546	—	—	×	+ 29,72	43
168 864– 173 536	166 528– 175 872	164 192– 178 208	172 275	×	×	×	– 0,62	44
179 860– 184 540	177 520– 186 880	175 180– 189 220	180 260	×	×	×	+ 1,08	45
19 839– 21 961	18 778– 23 022	17 717– 24 083	22 828	—	×	×	– 8,45	46
14 787– 16 613	13 874– 17 526	12 961– 18 439	14 657	—	×	×	+ 7,12	47
76 909– 80 691	75 018– 82 582	73 127– 84 473	80 432	×	×	×	– 2,03	48
88 911– 92 889	86 922– 94 878	84 933– 96 867	90 030	×	×	×	+ 0,97	49
2 606– 3 394	2 212– 3 788	1 818– 4 182	4 083	—	—	×	– 26,52	50
4 197– 5 203	3 694– 5 706	3 191– 6 209	4 865	×	×	×	– 3,39	51
90 403– 94 397	88 406– 96 394	86 409– 98 391	91 843	×	×	×	+ 0,61	52
89 307– 93 293	87 314– 95 286	85 321– 97 279	90 230	×	×	×	+ 1,19	53
16 909– 18 891	15 918– 19 882	14 927– 20 873	18 745	×	×	×	– 4,51	54
10 228– 11 772	9 456– 12 544	8 684– 13 316	9 792	—	×	×	+ 12,34	55

Ergebnisse der stichprobenweisen Vorauswertung der

Nr.	Merkmale	Stichprobenfehler		Stichproben- ergebnis E _z
		in Prozent von N	absolut bezogen auf N	
	1	2	3	4
	Erwerbende nach Erwerbsklassen:			
56	Land- und Forstwirtschaft	0,092	359	2 300
57	Industrie, Handwerk	0,487	1899	77 700
58	Textilindustrie, Bekleidung usw.	0,221	862	13 700
59	Baugewerbe	0,231	901	14 400
60	Metalle, Maschinen	0,302	1178	27 200
61	übrige	0,298	1162	22 400
62	Handel, Bank, Versicherung	0,410	1599	51 000
63	Gastgewerbe	0,206	803	12 800
64	Verkehr	0,221	862	13 800
65	Verwaltung	0,129	503	4 700
66	Private Dienstleistungen	0,257	1002	18 200
67	Hauswirtschaft, Tagelöhner	0,212	827	17 000
68	Zusammen	0,601	2344	197 500
69	Anstalts-Personal und -Insassen, Per- sonen ohne Beruf, Arbeitslose	0,320	1248	29 300
70	Insgesamt	0,589	2297	226 800

Zürcher Volkszählung 1950 (N = 390 000) — Schluß

Stichprobenfehler-Grenzen			Volks- zählungs- ergebnis E_v	E_p innerhalb			Abweichung E_s von E_p in Prozenten	Nr.
$E_s \pm \sigma$	$E_s \pm 2\sigma$	$E_s \pm 3\sigma$		$\pm \sigma$	$\pm 2\sigma$	$\pm 3\sigma$		
5	6	7	8	9	10	11	12	
1 941- 2 659	1 582- 3 018	1 223- 3 377	2 235	×	×	×	+ 2,91	56
75 801- 79 599	73 902- 81 498	72 003- 83 397	85 229	—	—	—	- 8,83	57
12 838- 14 562	11 976- 15 424	11 114- 16 286	15 800	—	—	×	- 13,29	58
13 499- 15 301	12 598- 16 202	11 697- 17 103	15 345	—	×	×	- 6,16	59
26 022- 28 378	24 844- 29 556	23 666- 30 734	29 252	—	×	×	- 7,01	60
21 238- 23 562	20 076- 24 724	18 914- 25 886	24 832	—	—	×	- 9,79	61
49 401- 52 599	47 802- 54 198	46 203- 55 797	46 924	—	—	×	+ 8,69	62
11 997- 13 603	11 194- 14 406	10 391- 15 209	14 204	—	×	×	- 9,88	63
12 938- 14 662	12 076- 15 524	11 214- 16 386	12 565	—	×	×	+ 9,83	64
4 197- 5 203	3 694- 5 706	3 191- 6 209	4 575	×	×	×	+ 2,73	65
17 198- 19 202	16 196- 20 204	15 194- 21 206	16 994	—	×	×	+ 7,10	66
16 173- 17 827	15 346- 18 654	14 519- 19 481	11 213	—	—	—	+ 51,61	67
195 156- 199 844	192 812- 202 188	190 468- 204 532	193 939	—	×	×	+ 1,84	68
28 052- 30 548	26 804- 31 796	25 556- 33 044	24 743	—	—	—	+ 18,42	69
224 503- 229 097	222 206- 231 394	219 909- 233 691	218 682	—	—	—	+ 3,71	70

Abb. 2. Abweichung der Stichprobe von den Ergebnissen der Volkszählung

